

NOM DE L'UNIVERSITÉ  
NOM DU LABORATOIRE

# THÈSE

présentée en première version en vue d'obtenir le grade de Docteur,  
spécialité « spécialité de la thèse »

par

nom de l'auteur

## LE TITRE EN FRANÇAIS

Thèse soutenue le la date de soutenance devant le jury composé de :

M <sup>me</sup>	LESLEY TRUC	University machin	(Rapporteur)
M.	ROBERT MITCHUM	Laboratoire bidule	(Rapporteur)
M.	JOHN ROBERT	UTC	(Directeur)
	etc.		



*À qui vous voulez...*



# REMERCIEMENTS

**J**E voudrais tout d'abord exprimer mes plus profonds remerciements à...  
AHÂÂÂH!  
Je conclurai en remerciant de tout cœur (l'être aimé).

Lieu, le 31 mai 2011.

# TABLE DES MATIÈRES

TABLE DES MATIÈRES	vi
LISTE DES FIGURES	vi
PRÉFACE	1
1 INTRODUCTION	3
1.1 CONTEXTE . . . . .	5
1.1.1 Enjeux et motivations . . . . .	5
1.1.2 Objectifs et approche générale . . . . .	5
1.2 SYSTÈMES DIFFÉRENTIELS STOCHASTIQUES ET DÉGRADATION .	5
CONCLUSION . . . . .	5
2 LE MODÈLE	7
2.1 CONSTRUCTION DU SYSTÈME DYNAMIQUE . . . . .	9
2.1.1 Rappels sur les processus de Markov . . . . .	9
CONCLUSION . . . . .	10
CONCLUSION GÉNÉRALE	11
A ANNEXES	13
A.1 PREUVE DU THÉORÈME TRUC . . . . .	15
BIBLIOGRAPHIE	17
NOTATIONS	19

# LISTE DES FIGURES

2.1 Trajectoire type d'un processus de saut . . . . .	9
---	---

# PRÉFACE, INTRODUCTION...

DANS les milieux industriels comme ...

L'objectif de cette thèse a été de ...

Nos contributions portent sur : ...

Le *premier chapitre* expose la problématique de la thèse.  
Le *deuxième chapitre* présente en détail le modèle utilisé.

etc.

Cette thèse a fait l'objet de divers travaux écrits : ...



# INTRODUCTION

1

## SOMMAIRE

1.1	CONTEXTE . . . . .	5
1.1.1	Enjeux et motivations . . . . .	5
1.1.2	Objectifs et approche générale . . . . .	5
1.2	SYSTÈMES DIFFÉRENTIELS STOCHASTIQUES ET DÉGRADATION . .	5
	CONCLUSION . . . . .	5

Ce chapitre introductif gnagnagna.  
Pas obligatoire !



## 1.1 CONTEXTE

### 1.1.1 Enjeux et motivations

Ce sont les motivations

### 1.1.2 Objectifs et approche générale

Ce sont les objectifs

## 1.2 SYSTÈMES DIFFÉRENTIELS STOCHASTIQUES ET DÉGRADATION

Où l'on commence à dire de vraies choses...

Exemple de références : dans le texte Albert (1962), entre parenthèse (Anisimov 1977)

On utilise les commandes `\citet` et `\citep` du paquet `NatBib`

## CONCLUSION DU CHAPITRE

Ceci est la conclusion. Personnellement, je n'aime pas que la conclusion soit numérotée, mais je veux qu'elle apparaisse dans la table des matières, d'où la commande `addcontentsline`.



# LE MODÈLE

# 2

SOMMAIRE	
2.1 CONSTRUCTION DU SYSTÈME DYNAMIQUE . . . . .	9
2.1.1 Rappels sur les processus de Markov . . . . .	9
CONCLUSION . . . . .	10

DANS ce chapitre, nous présentons le modèle...



## 2.1 CONSTRUCTION DU SYSTÈME DYNAMIQUE

Dans cette section, nous construisons la classe de Processus d'intérêt. La construction s'opère par morceaux successifs sur les trajectoires des processus.

Les trajectoires du processus peuvent représenter, selon les applications, l'état d'une population de particules (en neutronique), d'une population de bactéries (en biologie), la concentration d'une protéine dans une solution (en chimie) ou, dans notre cas, l'état du niveau de dégradation d'une structure (la taille d'une fissure se propageant dans une structure).

Auparavant, nous avons besoin d'introduire quelques définitions et notations concernant les processus de Markov et les processus markoviens de saut.

### 2.1.1 Rappels sur les processus de Markov

Nous définissons un processus de Markov de la manière suivante :

**Définition 2.1** Soit  $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$  un espace probabilisé et soit  $(X_t, t \in \mathbb{R}_+)$  un processus aléatoire à valeurs dans un espace d'état mesurable  $E$  de tribu  $\mathcal{E}$ . Notons  $\mathcal{F}_t$  la tribu d'événements engendrée par  $(X_s, 0 \leq s \leq t)$  et  $(\mathcal{F}_t)_{t \in \mathbb{R}_+}$  la filtration associée.

Le processus  $X_t$  est un processus de Markov si pour tout  $B \in \mathcal{E}$  et pour tout  $s, t \in \mathbb{R}_+$  tels que  $0 \leq s < t$ , il satisfait

$$\mathbb{P}(X_t \in B | \mathcal{F}_s) = \mathbb{P}(X_t \in B | X_s), \quad p.s.$$

De plus,  $X_t$  est homogène par rapport au temps si pour tout  $t, s \in \mathbb{R}_+$  et pour tout  $x \in E$ , alors

$$\mathbb{P}(X_t \in B | X_0 = x) = \mathbb{P}(X_{t+s} \in B | X_s = x). \quad (2.1)$$

Pour un processus de Markov homogène, nous notons  $P(x, B, t)$  la probabilité (2.1). La fonction définie par  $P : (x, B, t) \rightarrow P(x, B, t)$  pour  $x \in E, B \in \mathcal{E}, t \in \mathbb{R}_+$  est appelée fonction de transition du processus.

La figure 2.1 représente une trajectoire d'un processus markovien de saut, avec les notations associées.

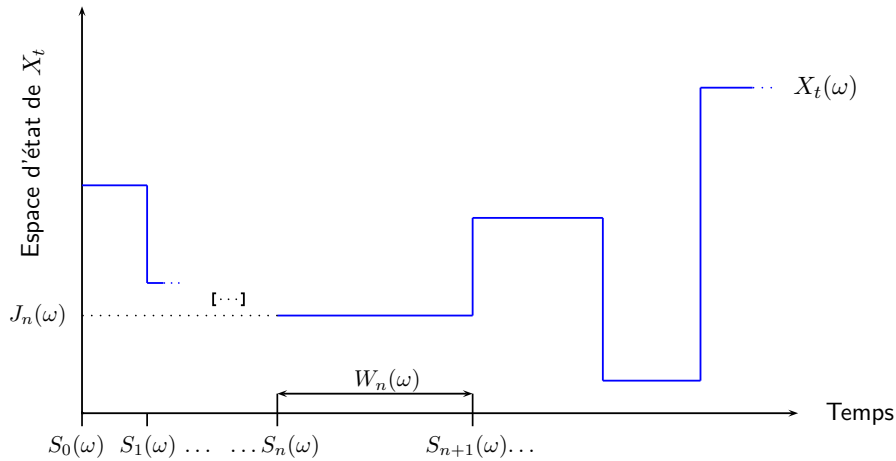


FIGURE 2.1 – Trajectoire type d'un processus de saut

## CONCLUSION DU CHAPITRE

Encore une...

# CONCLUSION GÉNÉRALE

Enfin : la conclusion générale!!!

Au cours de ce mémoire, nous avons développé un modèle ...

1. **Modélisation**
2. **Inférence statistique**

## PERSPECTIVES

Dans la continuité directe de notre travail de thèse, nous pouvons ...



# ANNEXES

# A

## SOMMAIRE

A.1	PREUVE DU THÉORÈME TRUC . . . . .	15
-----	-----------------------------------	----



## A.1 PREUVE DU THÉORÈME TRUC

Ce théorème est un résultat classique donné, par exemple, par...



# BIBLIOGRAPHIE

A. Albert. Estimating the infinitesimal generator of a continuous time, finite state Markov process. *Annals of Mathematical Statistics*, 38 :727–753, 1962.

V.V. Anisimov. Switching processes. *Cybernetics*, 13(4) :590–595, 1977.



# NOTATIONS

PMDM	Processus de Markov déterministe par morceaux
<i>p.s.</i>	presque sûrement
$\mathbb{N}, \mathbb{N}^*$	ensemble des entiers naturels, des entiers strictement positifs
$\mathbb{R}, \mathbb{R}_+$	ensembles des réels et des réels positifs
$\mathbb{R}^d$	ensemble des vecteurs réels à $d$ dimensions
$\mathbb{P}, \mathbb{E}$	probabilité et espérance
$(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$	espace probabilisé
$B_t$	mouvement brownien
$ E $	cardinal de l'ensemble $E$

Ce document a été préparé à l'aide de l'éditeur de texte GNU Emacs et du logiciel de composition typographique L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 2<sub>ε</sub>.



**Titre** Le titre en français

**Résumé** Le résumé en français ( $\approx$  1000 caractères)

**Mots-clés** Les mots-clés en français

**Title** Le titre en anglais

**Abstract** Le résumé en anglais ( $\approx$  1000 caractères)

**Keywords** Les mots-clés en anglais