

Debut 10h45

Partie I

1. (a) Dans le cas où $c=0$, personne n'a l'intention de voter pour le candidat A. Les électeurs ayant l'intention de voter pour B ne peuvent donc pas rencontrer quelqu'un ayant une opinion différente et ont toujours l'intention de voter B le jour d'après. Ainsi $p_{0,0} = 1$.

Par un raisonnement analogue en inversant le rôle de A et B, on a bien $p_{1,1} = 1$.

(b) D'après l'énoncé, au maximum un seul électeur change d'opinion, si c'est un électeur B, le nombre d'électeurs A augmente de 1, et si c'est un électeur A, le nombre d'électeurs A diminue de 1.

On ne peut donc avoir que $j = i-1, i, i+1$

Ainsi si $|i-j| \geq 2$, $p_{i,j} = 0$

(c) Dans le cas où l'on a 1 électeur A et 3 électeurs B, 3 configurations apparaissent.

(1) le premier individu choisi est électeur A, le deuxième est électeur B.

(2) le premier individu choisi est électeur B, le deuxième est électeur B.

(3) _____ A.

Le cas AA n'arrive pas car il n'y a qu'un seul électeur A.

La configuration (1) arrive avec proba $\frac{1}{4}$ car on a en chance un quart de choisir A en premier, le deuxième étant automatiquement B.

La configuration (2) arrive avec proba $\frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$ car on a $\frac{3}{4}$ de choisir B en premier puis deux chances sur 3 de choisir B à nouveau.

La configuration (3) arrive avec proba $\frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{4}$ car on a $\frac{3}{4}$ de choisir B en premier puis une chance sur 3 de choisir A.

Ainsi, $P_{1,0} = \frac{1}{4}$; $P_{1,2} = \frac{1}{4}$; $P_{1,1} = \frac{1}{2}$

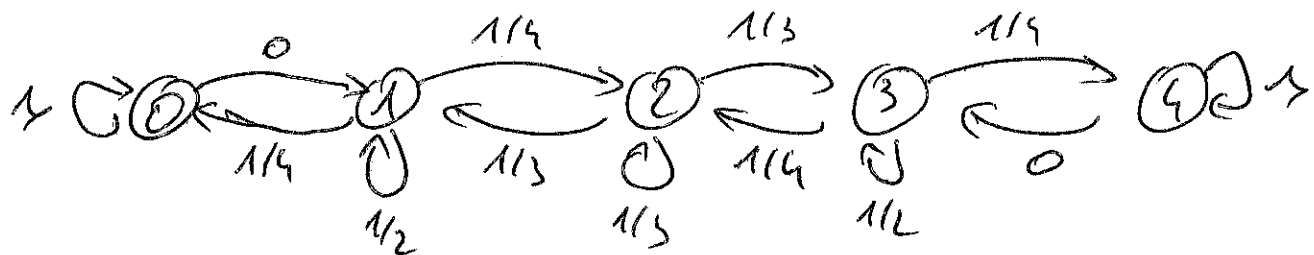
(d) Il est 11h01

	0	1	2	3	4
0	1	0	0	0	0
1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	0	0
2	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	0
3	0	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$
4	0	0	0	0	1

$a=2$: choisir A puis A $\rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$
 — B puis B $\rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ + = $\frac{1}{3}$

choisir A puis B $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

choisir B puis A $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$



$$\boxed{11407}$$

2. (a).

$$\begin{aligned} P(X_{n+1}=1) &= P(X_{n+1}=1, X_n=0) + P(X_{n+1}=1, X_n=2) \\ &= \frac{1}{2} P(X_n=1) + \frac{1}{3} P(X_n=2). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(X_{n+1}=2) &= P(X_{n+1}=2, X_n=1) + P(X_{n+1}=2, X_n=2) \\ &\quad + P(X_{n+1}=2, X_n=3) \\ &= \frac{1}{4} P(X_n=1) + \frac{1}{3} P(X_n=2) + \frac{1}{4} P(X_n=3). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(X_{n+1}=3) &= P(X_{n+1}=3, X_n=2) + P(X_{n+1}=3, X_n=3) \\ &= \frac{1}{3} P(X_n=2) + \frac{1}{2} P(X_n=3). \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ 1/4 & 1/3 & 1/4 \\ 0 & 1/3 & 1/2 \end{pmatrix}$$